

### EJERCICIOS PROPUESTOS

4.1 Expresa estos enunciados en forma de ecuación.

- a) La suma de dos números consecutivos es 17.
- b) Un número más su tercera parte es 16.
- c) Tres números pares consecutivos suman 42.

a)  $x + (x + 1) = 17$

b)  $x + \frac{1}{3}x = 16$

c)  $2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 42$

4.2 Explica razonadamente cuáles de las siguientes ecuaciones son equivalentes.

- a)  $2x - 6 = 0$
- b)  $(x - 3) \cdot (x + 3) = 0$
- c)  $2x^2 = 18$
- d)  $3x = 9$

Las ecuaciones a y d son equivalentes de primer grado porque tienen igual solución:  $x = 3$ .

Las ecuaciones b y c son de segundo grado y equivalentes entre sí. Su solución es  $x = \pm 3$ .

4.3 Aplica las reglas de la suma y el producto para resolver las siguientes ecuaciones.

- a)  $6x - 5 = -17 + 3x$
- b)  $4x - 7x + 7 = -8x + 22$

a)  $6x - 3x = -17 + 5 \Rightarrow 3x = -12 \Rightarrow x = -4$

b)  $4x - 7x + 8x = +22 - 7 \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3$

4.4 Calcula cuánto ha costado el abrigo nuevo de Nerea si la cuarta parte del dinero que ha pagado por él más la sexta parte de su precio son 20 euros.

Se designa por  $x$  la cantidad de euros que ha costado el abrigo de Nerea.

Ecuación:  $\frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 20$

Se multiplica la ecuación por 12:  $3x + 2x = 240$ .

Se suman términos semejantes:  $5x = 240$ .

Se divide por 5:  $x = 48$  euros.

4.5 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a)  $\frac{2x + 3}{3} + \frac{7x - 5}{4} = 7$

b)  $\frac{2}{3}\left(\frac{x}{4} - 1\right) - \frac{x - 1}{2} = 2x$

c)  $1 - \frac{2(x - 1)}{5} = \frac{3(2 - x)}{2}$

a) Múltiplo común de los denominadores: m.c.m.(3, 4) = 12

Se multiplica por 12 la ecuación:  $8x + 12 + 21x - 15 = 84 \Rightarrow 29x = 87 \Rightarrow x = 3$ .

b)  $\frac{2x}{12} - \frac{2}{3} - \frac{x - 1}{2} = 2x \Rightarrow 2x - 8 - 6x + 6 = 24x \Rightarrow x = -\frac{1}{14}$

c)  $1 - \frac{2x - 2}{5} = \frac{6 - 3x}{2} \Rightarrow 10 - 4x + 4 = 30 - 15x \Rightarrow x = \frac{16}{11}$

**4.6 Clasifica y resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.**

a)  $x^2 - 10x + 24 = 3$

b)  $-x^2 + 2x = 0$

c)  $x(2x - 5) = 6 - x$

d)  $x^2 - 9 = -2x^2$

a) Completa.  $x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = 3 \end{cases}$

b) Incompleta.  $x(-x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

c) Completa.  $2x^2 - 5x = 6 - x \Rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm 8}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

d) Incompleta.  $3x^2 - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$

**4.7 Resuelve estas ecuaciones de segundo grado.**

a)  $5x^2 - 9x + 4 = 0$

b)  $2x - 6 = 2x(x + 2)$

a)  $x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4}}{2 \cdot 5} = \frac{9 \pm 1}{10} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{4}{5} \end{cases}$

b)  $2x - 6 = 2x^2 + 4x \Rightarrow x^2 + x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{-11}}{2} \Rightarrow x$  no es número real

**4.8 Un número natural y su cuadrado suman 30. Escribe la ecuación correspondiente y averigua de qué número se trata.**

Ecuación:  $x + x^2 = 30$

Se resuelve:  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 11}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -6 \end{cases}$

$(-6)$  no es un número natural, el número buscado es 5.

**4.9 Clasifica y resuelve las siguientes ecuaciones.**

a)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b)  $2x^4 - 16x = 0$

c)  $x^4 - 26x^2 = -25$

d)  $x^6 - 64x^3 = 0$

e)  $x^4 - 4x^2 = 0$

f)  $3x^3 - 12x^2 + 12x = 0$

a)  $x^2 = z; x^4 = z^2 \Rightarrow z^2 - 5z + 4 = 0 \Rightarrow z = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$

b)  $2x(x^3 - 8) = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$  y  $x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x = 2$  (raíz triple)

c)  $x^2 = z \Rightarrow x^4 = z^2; z^2 - 26z + 25 = 0 \Rightarrow z = \frac{26 \pm \sqrt{(-26)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1} = \frac{26 \pm 24}{2} = \begin{cases} 25 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5 \\ 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$

d)  $x^3(x^3 - 64) = 0 \Rightarrow x^3 = 0 \Rightarrow x = 0$  (raíz triple) y  $x^3 = 64 \Rightarrow x = 4$  (raíz triple)

e)  $x^2(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$  (raíz doble) y  $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

f)  $3x(x^2 - 4x + 4) = 0 \Rightarrow x = 0$  y  $x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2 \Rightarrow$  Raíz doble

**4.10 Halla las soluciones de estas ecuaciones de tercer grado.**

a)  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

b)  $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$

c)  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

a) 
$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \end{array} \quad P(x) = (x-1)(x^2+3x+2)$$
  

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Soluciones:  $x = 1$ ,  $x = -1$  y  $x = -2$

b) 
$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -6 & 3 & 10 \\ -1 & & -1 & 7 & -10 \\ \hline & 1 & -7 & 10 & 0 \end{array} \quad P(x) = (x+1)(x^2-7x+10)$$
  

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

Soluciones:  $x = -1$ ,  $x = 2$  y  $x = 5$

c) 
$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & & -1 & -1 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array} \quad P(x) = (x+1)(x^2+x-2)$$
  

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Soluciones:  $x = -2$ ,  $x = -1$  y  $x = 1$

**4.11 Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones radicales.**

a)  $x + \sqrt{x} = 2$

b)  $\sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 5$

a)  $\sqrt{x} = 2 - x \Rightarrow x = (2 - x)^2 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow \text{no vale} \\ x = 1 \end{cases}$

b)  $\sqrt{x+5} = 5 - \sqrt{x} \Rightarrow 5 = 25 - 10\sqrt{x} \Rightarrow x = 4$

**4.12 Resuelve estas ecuaciones radicales.**

a)  $\sqrt{x^2 + 5x + 1} = x + 2$

b)  $\sqrt{40 - x^2} + 4 = x$

c)  $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$

d)  $\sqrt{6+x} + 2x = -2$

a)  $(\sqrt{x^2 + 5x + 1})^2 = (x + 2)^2 \Rightarrow x^2 + 5x + 1 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x = 3$

Comprobación:  $\sqrt{3^2 + 5 \cdot 3 + 1} = 3 + 2$

b)  $(\sqrt{40 - x^2})^2 = (x - 4)^2 \Rightarrow 40 - x^2 = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow 2x^2 - 8x - 24 = 0$

$$x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 8}{2} = \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}$$

Comprobación:  $x = 6 \Rightarrow \sqrt{40 - 6^2} + 4 = 6 \Rightarrow \text{Sí es correcto.}$

$x = -2 \Rightarrow \sqrt{40 - (-2)^2} + 4 \neq -2 \Rightarrow \text{No es correcto.}$

$$c) (\sqrt{2x-1})^2 = (6 - \sqrt{x+4})^2 \Rightarrow 2x-1 = 36 - 12\sqrt{x+4} + x+4 \Rightarrow (12\sqrt{x+4})^2 = (41-x)^2$$

$$144(x+4) = 1681 - 82x + x^2 \Rightarrow 144x + 576 = 1681 - 82x + x^2 \Rightarrow x^2 - 226x + 1105 = 0$$

$$x = \frac{226 \pm \sqrt{(-226)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1105}}{2 \cdot 1} = \frac{226 \pm 216}{2} = \begin{cases} x = 221 \\ x = 5 \end{cases}$$

Comprobación:  $x = 5 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 5 - 1} + \sqrt{5 + 4} = 6 \Rightarrow$  Sí es correcto.

$x = 221 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 221 - 1} + \sqrt{221 + 4} = 21 + 15 \neq 6 \Rightarrow$  No es correcto.

$$d) (\sqrt{6+x})^2 = (-2-2x)^2 \Rightarrow 6+x = 4+8x+4x^2 \Rightarrow 4x^2+7x-2=0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2)}}{2 \cdot 4} = \frac{-7 \pm 9}{8} = \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ x = -2 \end{cases}$$

Comprobación:  $x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{6 + \frac{1}{4}} + 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow$  No es correcto.

$x = -2 \Rightarrow \sqrt{6-2} + 2(-2) = 2-4 = -2 \Rightarrow$  Sí es correcto.

#### 4.13 Escribe las siguientes informaciones utilizando desigualdades.

a) He sacado, por lo menos, un 7 en el examen.

b) Estoy en la oficina de ocho de la mañana a seis de la tarde.

a)  $x \geq 7$

b)  $8 \leq x \leq 18$

#### 4.14 Construye una tabla que te permita encontrar los valores de $x$ que satisfacen cada una de estas inecuaciones.

a)  $2x + 4 > 3$

b)  $x - 5 < 6 - x$

c)  $8x - 5 \leq 6x + 9$

d)  $5x - 3 \geq 4x + 6$

a)	<b>x</b>	-4	-2	-1	-0,5	2	5	10
	<b>1.º miembro: <math>2x + 4</math></b>	-4	0	2	3	8	14	24
	<b>2.º miembro: 3</b>	3			3	3		
		$2x + 4 < 3$			$x + 4 = 3$	$x + 4 > 3$		

b)	<b>x</b>	-1	0	2	5,5	6	7	10
	<b>1.º miembro: <math>x - 5</math></b>	-6	-5	-3	0,5	1	2	5
	<b>2.º miembro: <math>6 - x</math></b>	7	6	4	0,5	0	-1	-4
		$x - 5 < 6 - x$			$x - 5 = 6 - x$	$x - 5 > 6 - x$		

c)	<b>x</b>	-1	3	5	7	8	9	10
	<b>1.º miembro: <math>8x - 5</math></b>	-13	19	35	51	59	67	75
	<b>2.º miembro: <math>6x + 9</math></b>	3	27	39	51	57	63	69
		$8x - 5 < 6x + 9$			$8x - 5 = 6x + 9$	$8x - 5 > 6x + 9$		

d)	<b>x</b>	3	5	8	9	10	11	12
	<b>1.º miembro: <math>5x - 3</math></b>	12	22	37	42	47	52	57
	<b>2.º miembro: <math>4x + 6</math></b>	18	26	38	42	46	50	54
		$5x - 3 < 4x + 6$			$5x - 3 = 4x + 6$	$5x - 3 > 4x + 6$		

#### 4.15 Escribe las desigualdades que resultan al operar los dos miembros de $12 > 2$ en cada apartado.

a) Sumando 3

c) Restando 2

e) Multiplicando por 3

b) Multiplicando por -2

d) Dividiendo entre 3

f) Dividiendo entre -2

a)  $12 + 3 > 2 + 3 \Rightarrow 15 > 5$

c)  $12 - 2 > 2 - 2 \Rightarrow 10 > 0$

e)  $3 \cdot 12 > 3 \cdot 2 \Rightarrow 36 > 6$

b)  $(-2) \cdot 12 < (-2) \cdot 2 \Rightarrow -24 < -4$

d)  $\frac{12}{3} > \frac{2}{3} \Rightarrow 4 > \frac{2}{3}$

f)  $\frac{12}{-2} < \frac{2}{-2} \Rightarrow -6 < -1$

**4.16** Resuelve las siguientes inecuaciones aplicando las reglas de la suma y del producto.

a)  $x - 2 > 3$                       c)  $\frac{5x - 7}{3} < x + 5$                       e)  $4 - x \geq x - 6$   
b)  $3x - 5 > 4x$                       d)  $3x + 6 \leq 2x + 10$                       f)  $x + \frac{1 - x}{6} < 2 - \frac{2 + x}{2}$

a) Se suma 2:  $x > 5$  o  $x \in (5, +\infty)$ .

b) Se opera y se divide todo por  $-1$ , con lo que cambia el sentido de la desigualdad:  $x < -5$  o  $x \in (-\infty, -5)$ .

c) Se multiplica por 3, se suma 7 y se resta  $3x$ :  $5x - 7 < 3x + 15 \Rightarrow 5x < 3x + 22 \Rightarrow 2x < 22$ .

Se divide por 2:  $x < 11$  o  $(-\infty, +11)$ .

d) Se resta  $2x$  y se resta 6:  $x \leq 4$  o  $(-\infty, +4]$ .

e) Se resta  $x$  y se resta 4:  $-2x \geq -10 \Rightarrow x \leq 5$  o  $(-\infty, +5]$ .

f) Se multiplica por 6 y se opera:  $6x + (1 - x) < 12 - 3(2 + x)$ .

Se divide entre 8:  $x < \frac{5}{8}$  o  $x \in \left(-\infty, +\frac{5}{8}\right)$ .

**4.17** La edad actual de un padre es el triple que la de su hija. Hace 7 años, la suma de las edades era igual a la edad actual del padre. ¿Cuántos años tienen?

Se designa por  $x$  la edad actual de la hija  $\Rightarrow 3x$  es la edad del padre.

Hace 7 años  $(3x - 7) + (x - 7) = 3x \Rightarrow x = 14$

La hija tiene 14 años, y el padre, 42.

**4.18** Si a uno de los lados de un cuadrado se le aumenta su longitud en 5 centímetros y a su lado contiguo en 3 centímetros, el área de la figura aumenta en 71 centímetros cuadrados. Calcula el lado del cuadrado.

Se designa por  $x$  el lado del cuadrado:  $(x + 5) \cdot (x + 3) = x^2 + 71 \Rightarrow x^2 + 8x + 15 = x^2 + 71 \Rightarrow 8x = 56 \Rightarrow x = 7$  cm

El lado mide 7 cm.

**4.19** Los lados de un triángulo rectángulo tienen por medida, en centímetros, tres números enteros consecutivos. Halla dichos lados.

A los lados del triángulo se los llama  $x$ ,  $x + 1$  y  $x + 2$ . Aplicando el teorema de Pitágoras:  $(x + 2)^2 = x^2 + (x + 1)^2$

Se opera y queda:  $x^2 - 2x - 3 = 0$ . Las soluciones de esta ecuación son  $+3$  y  $-1$ .

Por ser números enteros lo pedido,  $x = -1$  no es solución válida.

Los lados del triángulo miden 3, 4 y 5 centímetros, respectivamente.

**4.20** La habitación de Gonzalo es rectangular, tiene 6 metros de ancho y la longitud de su perímetro es menor que 30 metros. ¿Cuánto puede medir dicha longitud?

Se designa por  $x$  la longitud del rectángulo  $\Rightarrow 2x + 12 < 30 \Rightarrow 0 < x < 9 \Rightarrow$  La longitud es menor de 9 metros.

**4.21** En una tienda de comercio justo hay dos tipos de café: uno procedente de Ecuador, en el que cada paquete cuesta 1,30 euros, y otro de Colombia, a 1,65 euros el paquete.

Averigua cuántos paquetes de cada tipo se pueden adquirir con 25 euros si se quiere comprar el doble de paquetes de Colombia que de Ecuador.

Se designa por  $x$  el número de paquetes de café de Ecuador  $\Rightarrow 2 \cdot 1,65x + 1,30x \leq 25 \Rightarrow 4,6x \leq 25 \Rightarrow x \leq 5,4$

Como máximo se pueden adquirir 5 paquetes procedentes de Ecuador y 10 de Colombia.

## RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

**4.22** ¿Cuáles son los números cuyo triple excede a su duplo en más de 5 unidades?

Se llama  $x$  a los números buscados:  $3x - 5 > 2x \Rightarrow x > 5$  es la condición que cumplen dichos números.

**4.23** ¿Cuánto debe valer un número para que su mitad más 8 sea mayor que sus cinco terceras partes menos 2?

Se designa como  $x$  el número buscado:  $\frac{x}{2} + 8 > \frac{5}{3}x - 2 \Rightarrow -7x > -60 \Rightarrow$  La solución es  $x < \frac{60}{7}$ .

**4.24** El profesor de Pedro calcula la nota final valorando en un 70% la de los exámenes y en un 30% otras notas (ejercicios de clase, trabajos, etc.). Pedro tiene un 9 de nota de clase. ¿Qué puntuación debe sacar en el examen para que su nota final sea de al menos 6,2 puntos?

Se llama  $x$  a la nota del examen, de modo que  $0,7x + 0,3 \cdot 9 \geq 6,2 \Rightarrow 0,7x \geq 3,5 \Rightarrow x \geq 5$ .

La puntuación del examen debe ser superior a 5 puntos.

## ACTIVIDADES

### EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

#### Identidades y ecuaciones

**4.25** Señala cuál de las siguientes ecuaciones es una identidad.

- a)  $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$       b)  $x^2 = -9$       c)  $(x - 1)(x - 2)^5 = 0$       d)  $4x - 8 = 0$

La identidad es a, ya que:  $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 0 = 0$ .

**4.26** Clasifica las ecuaciones del ejercicio anterior según el número de soluciones de cada una.

- a)  $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 0 = 0$

Es una identidad, y, por tanto, tiene infinitas soluciones.

- b)  $x^2 = -9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-9} \notin \mathbb{R} \Rightarrow$  No tiene solución.

- c)  $(x - 1) \cdot (x - 2)^5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \\ (x - 2)^5 = 0 \rightarrow x = 2 \text{ (solución quintuple)} \end{cases}$

La ecuación tiene 6 soluciones.

- d)  $4x - 8 = 0 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{4} = 2$ . La ecuación tiene una solución.

**4.27** Explica razonadamente cuál de las siguientes ecuaciones no es equivalente al resto.

- a)  $5x - 7 = 2x + 5$       b)  $\frac{7x - 3}{5} = 5$       c)  $6x + 3 = 8x - 5$       d)  $9x - 6 = 12$

- a)  $5x - 7 = 2x + 5 \Rightarrow 5x - 2x = 7 + 5 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$

- b)  $\frac{7x - 3}{5} = 5 \Rightarrow 7x - 3 = 25 \Rightarrow 7x = 25 + 3 \Rightarrow 7x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{7} = 4$

- c)  $6x + 3 = 8x - 5 \Rightarrow 6x - 8x = -3 - 5 \Rightarrow -2x = -8 \Rightarrow x = \frac{-8}{-2} = 4$

- d)  $9x - 6 = 12 \Rightarrow 9x = 18 + 6 \Rightarrow 9x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$

No es equivalente a las otras la d, ya que su solución es distinta a las de las otras ecuaciones.

**4.28** Escribe estos enunciados en lenguaje algebraico utilizando una sola incógnita.

- a) La suma de los cuadrados de tres números impares consecutivos es 42.

- b) Un tercio del cuadrado de la edad que tenía hace tres años es 26.

- a)  $(2x + 1)^2 + (2x + 3)^2 + (2x + 5)^2 = 42$

- b)  $\frac{(x - 3)^2}{3} = 26$

## Ecuaciones de primero y segundo grado

4.29 Halla la solución de estas ecuaciones lineales.

a)  $-4x + 3 = 7x - 19$

c)  $-5(2x - 1) + 3x - 2 = -(6x - 4) + 7$

b)  $\frac{-3x}{4} + \frac{1}{2} = -5x + 26$

d)  $\frac{x+3}{6} + \frac{2x-1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{x-5}{12} - \frac{2}{3}$

a)  $-4x + 3 = 7x - 19 \Rightarrow -11x = -22 \Rightarrow x = 2$

b)  $\frac{-3x}{4} + \frac{1}{2} = -5x + 26 \Rightarrow -3x + 2 = -20x + 104 \Rightarrow 17x = 102 \Rightarrow x = 6$

c)  $-5(2x - 1) + 3x - 2 = -(6x - 4) + 7 \Rightarrow -10x + 5 + 3x - 2 = -6x + 4 + 7 \Rightarrow x = -8$

d)  $\frac{x+3}{6} + \frac{2x-1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{x-5}{12} - \frac{2}{3} \Rightarrow 2x + 6 + 8x - 4 + 3 = x - 5 - 8 \Rightarrow 9x = -18 \Rightarrow x = -2$

4.30 Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores.

a)  $3(2x - 5) + 8x - 6 = \frac{x}{2} - (5x + 3)$

b)  $\frac{3(x+3)}{2} - 2(2 - 3x) = 8x - 1 - 2(x+3)$

c)  $\frac{3(x-2)}{5} + 2(-3x+1) - \frac{2}{5} = \frac{-4x+3}{15} + \frac{16}{3}$

a) Se aplica el m.c.m. = 2  $\Rightarrow 12x - 30 + 16x - 12 = x - 10x - 6 \Rightarrow 37x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{37}$

b) Se aplica el m.c.m. = 2  $\Rightarrow 3x + 9 - 8 + 12x = 16x - 2 - 4x - 12 \Rightarrow x = -5$

c) Se aplica el m.c.m. = 15  $\Rightarrow 9(x-2) + 30(-3x+1) - 6 = -4x+3 + 80 \Rightarrow x = -1$

4.31 Clasifica en tu cuaderno las siguientes ecuaciones de segundo grado según tengan 0, 1 ó 2 soluciones distintas.

a)  $5x^2 + 6x + 2 = 0$

c)  $x^2 - 6x + 1 = 0$

b)  $-3x^2 + 4x + 5 = 0$

d)  $x^2 - 5 = 0$

a) No tiene solución por salir una raíz negativa.

c) Tiene dos soluciones.

b) Tiene dos soluciones.

d) Tiene dos soluciones.

4.32 Calcula la solución de las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a)  $6x^2 - 11x + 3 = 0$

d)  $-2x^2 + 2x + 24 = 0$

b)  $x^2 - 6x - 7 = 0$

e)  $3x^2 + x + 5 = 0$

c)  $x^2 - 6x + 9 = 0$

f)  $4x^2 + 4x + 1 = 0$

a)  $x = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 3}}{2 \cdot 6} = \frac{11 \pm 7}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$

b)  $x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 8}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -1 \end{cases}$

c)  $x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 0}{2} = 3 \Rightarrow \text{Raíz doble}$

d)  $x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm 7}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$

e)  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm \sqrt{-59}}{6} \Rightarrow \text{No tiene solución.}$

f)  $x = \frac{-4 \pm 0}{8} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \text{Raíz doble}$

**4.33** Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado utilizando un procedimiento diferente de la fórmula general.

a)  $3x^2 - 27 = 0$       b)  $x^2 + 2x + 1 = 0$       c)  $-7x^2 + \frac{5}{2}x = 0$       d)  $(x - 2)^2 - 25 = 0$

a)  $3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

b)  $x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow$  Raíz doble

c)  $x\left(-7x + \frac{5}{2}\right) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{o} \quad x = \frac{5}{14}$

d)  $(x - 2)^2 = 25 \Rightarrow x - 2 = 5 \Rightarrow x = 7$   
 $x - 2 = -5 \Rightarrow x = -3$

### Resolución de otro tipo de ecuaciones

**4.34** Halla la solución de estas ecuaciones bicuadradas con el cambio de variable  $z = x^2$ .

a)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$     b)  $3x^4 - 15x^2 + 12 = 0$     c)  $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$     d)  $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

a) Si  $z = x^2 \Rightarrow z^2 - 10z + 9 = 0$

$$z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2}$$

$$z_1 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

$$z_2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

c) Si  $z = x^2 \Rightarrow z^2 - 20z + 64 = 0$

$$z = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 256}}{2}$$

$$z_1 = 16 \rightarrow x = \pm 4$$

$$z_2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

b) Si  $z = x^2 \Rightarrow 3z^2 - 15z + 12 = 0$

$$z = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 144}}{6}$$

$$z_1 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$z_2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

d) Si  $z = x^2 \Rightarrow z^2 - 26z + 25 = 0$

$$z = \frac{26 \pm \sqrt{676 - 100}}{2}$$

$$z_1 = 25 \rightarrow x = \pm 5$$

$$z_2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

**4.35** Encuentra la solución de estas ecuaciones por factorización.

a)  $-2x^3 + 4x^2 + 18x - 36 = 0$

b)  $4x^3 - 24x^2 + 48x - 32 = 0$

c)  $x^3 + 2x^2 - 13x + 10 = 0$

d)  $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

a)  $-2x^3 + 4x^2 + 18x - 36 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & -2 & 4 & 18 & -36 \\ 2 & & -4 & 0 & 36 \\ \hline & -2 & 0 & 18 & 0 \end{array}$$

$$(x - 2)(-2x^2 + 18) = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$\text{Soluciones: } x = 2, x = -3 \quad \text{y} \quad x = 3$$

c)  $x^3 + 2x^2 - 13x + 10 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & -13 & 10 \\ 1 & & 1 & 3 & -10 \\ \hline & 1 & 3 & -10 & 0 \end{array}$$

$$(x - 1)(x^2 + 3x - 10) = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$\text{Soluciones: } x = -5, x = 1 \quad \text{y} \quad x = 2$$

b)  $4x^3 - 24x^2 + 48x - 32 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 4 & -24 & 48 & -32 \\ 2 & & 8 & -32 & 32 \\ \hline & 4 & -16 & 16 & 0 \end{array}$$

$$(x - 2)(4x^2 - 16x + 16) = 0$$

$$\Rightarrow 4(x - 2)(x^2 - 4x + 4) = 4(x - 2)(x - 2)^2 = 4(x - 2)^3 = 0$$

$$\text{Solución: } x = 2, \text{ raíz triple}$$

d)  $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 3 & -4 & -12 \\ 2 & & 2 & 10 & 12 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$(x - 2)(x^2 + 5x + 6) = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 2)(x + 3)$$

$$\text{Soluciones: } x = -3, x = -2 \quad \text{y} \quad x = 2$$

**4.36** Utiliza las igualdades notables y la factorización para encontrar las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a)  $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = 0$

b)  $25x^4 - 9 = 0$

c)  $x^5 - 16x^3 = 0$

d)  $5(x + 3)(x - 6)(x + 1) = 0$

a)  $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = 0 \Rightarrow (2x + 1)^3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$  (solución triple).

b)  $25x^4 - 9 = 0 \Rightarrow (5x^2 + 3)(5x - 3) = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-3}{5}}$  (no tiene solución real).  

$$x = \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$$

c)  $x^5 - 16x^3 = 0 \Rightarrow x^3(x^2 - 16) = 0 \Rightarrow x^3 = 0 \Rightarrow x = 0$  (solución triple).

$$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x = \pm 4$$

d)  $5(x + 3)(x - 6)(x + 1) = 0 \Rightarrow$  Soluciones:  $x = -3, x = -1$  y  $x = 6$

**4.37** Halla la solución de estas ecuaciones radicales.

a)  $x - \sqrt{x} - 6 = 0$  c)  $\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 1$

e)  $x + \sqrt{x - 1} - 3 = 0$  g)  $\sqrt{5x + 1} - 2 = \sqrt{x + 1}$

b)  $\sqrt{8 - x} = 2 - x$  d)  $2\sqrt{x - 1} - 5 = \frac{3}{\sqrt{x - 1}}$  f)  $\sqrt{7x + 1} = 2\sqrt{x + 4}$

a)  $x - \sqrt{x} - 6 = 0$   
 $(x - 6)^2 = (\sqrt{x})^2$   
 $x^2 - 12x + 36 = x$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \frac{13 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 4 \end{cases}$$

Comprobación:  $x = 9 \Rightarrow 9 - 3 - 6 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  Es correcto.

$x = 4 \Rightarrow 4 - 2 - 6 \neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  No es correcto.

c)  $\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 1$

$$\frac{\sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$x - 2 = \sqrt{x} \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = x$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$

Comprobación:  $x = 4 \Rightarrow \sqrt{4} - \frac{2}{\sqrt{4}} = 1 \Rightarrow$  Es correcto.

$x = 1 \Rightarrow \sqrt{1} - \frac{2}{\sqrt{1}} \neq 1 \Rightarrow$  No es correcto.

b)  $\sqrt{8 - x} = 2 - x$   
 $8 - x = 4 - 4x + x^2$   
 $x^2 - 3x - 4 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases}$$

Comprobación:  $x = 4 \Rightarrow \sqrt{8 - 4} \neq 2 - 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  No es correcto.

$x = -1 \Rightarrow \sqrt{8 + 1} = 2 + 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  Es correcto.

d)  $2\sqrt{x - 1} - 5 = \frac{3}{\sqrt{x - 1}}$

$$\frac{2\sqrt{x - 1}\sqrt{x - 1}}{\sqrt{x - 1}} - \frac{5\sqrt{x - 1}}{\sqrt{x - 1}} = \frac{3}{\sqrt{x - 1}}$$

$$2x - 2 - 5\sqrt{x - 1} = 3$$

$$25(x - 1) = 4x^2 - 20x + 25$$

$$x = \frac{45 \pm \sqrt{(-45)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 50}}{2 \cdot 4} = \frac{45 \pm 35}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Comprobación:  $x = 10 \Rightarrow$  Es correcto.

$x = \frac{5}{4} \Rightarrow$  No es correcto.

$$\begin{aligned} \text{e) } x + \sqrt{x-1} - 3 &= 0 \\ \sqrt{x-1} &= 3-x \\ x-1 &= 9-6x+x^2 \\ x^2-7x+10 &= 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

Comprobación:  $x = 5 \Rightarrow 5 + \sqrt{5-1} - 3 = 0 \Rightarrow$  No es correcto.  
 $x = 2 \Rightarrow 2 + \sqrt{2-1} - 3 = 0 \Rightarrow$  Es correcto.

$$\begin{aligned} \text{f) } \sqrt{7x+1} &= 2\sqrt{x+4} \\ 7x+1 &= 4(x+4) \\ 7x+1 &= 4x+16 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Comprobación:  $x = 5 \Rightarrow$  Sí es correcto.

$$\begin{aligned} \text{g) } \sqrt{5x+1} - 2 &= \sqrt{x+1} \Rightarrow 5x+1 - 4\sqrt{5x+1} + 4 = x+1 \Rightarrow 4x+4 = 4\sqrt{5x+1} \Rightarrow x+1 = \sqrt{5x+1} \\ x^2+2x+1 &= 5x+1 \Rightarrow x^2-3x=0 \Rightarrow x(x-3)=0 \Rightarrow x=0 \text{ y } x=3 \end{aligned}$$

Comprobación:  $x = 0 \Rightarrow \sqrt{0+1} - 2 = \sqrt{1} \Rightarrow$  No es correcto;  $x = 3 \Rightarrow \sqrt{5 \cdot 3 + 1} - 2 = \sqrt{16} \Rightarrow$  Sí es correcto.

## Desigualdades e inecuaciones. Reglas de equivalencia

**4.38** Distingue cuáles de las siguientes expresiones son desigualdades y cuáles inecuaciones.

Si son desigualdades, indica si son verdaderas o falsas, y si son inecuaciones, escribe su solución en forma de intervalo.

a)  $-4 \geq 0$

d)  $-x \leq 1$

g)  $x + 3 \leq 2x + 1$

b)  $6 \leq 6$

e)  $x > 3$

h)  $x - 1 \leq x + 8$

c)  $2 \geq -3$

f)  $-3 < -5$

i)  $y - 3 > 2$

a) Desigualdad. Falsa

d) Inecuación.  $[-1, +\infty)$

g) Inecuación.  $[2, +\infty)$

b) Desigualdad. Verdadera

e) Inecuación.  $(3, +\infty)$

h) Inecuación. R

c) Desigualdad. Verdadera

f) Desigualdad. Falsa

i) Inecuación.  $(5, +\infty)$

**4.39** Escribe las siguientes afirmaciones en forma de desigualdad.

a) Elena necesita correr por debajo de 16 segundos para clasificarse en una prueba.

b) En algunas atracciones del parque temático exigen una altura superior a 1,20 metros.

c) He pasado el kilómetro 125 de la A-42, pero aún no he llegado al 145.

a)  $x < 16$

b)  $x > 1,20$

c)  $125 < x < 145$

**4.40** Resuelve la inecuación  $2x + 3 \leq x + 7$ , dando valores a la incógnita y completando la tabla.

$x$	-2	0	2	4	5	7	10
$2x + 3$	-1	3	7	11	13	17	23
$x + 7$	5	7	9	11	12	14	17
$2x + 3 < x + 7$				$2x + 3 = x + 7$		$2x + 3 > x + 7$	

Solución:  $(-\infty, 4]$

**4.41** Indica si estas inecuaciones son equivalentes.

a)  $-2x \leq 14$  y  $x \leq 7$

b)  $\frac{x}{2} > -5$  y  $x < 10$

a) No son equivalentes.

b) No son equivalentes.

4.42 Soluciona las siguientes inecuaciones utilizando las reglas de equivalencia.

a)  $7x - 2(1 - 3x) \leq 2x + 3$

d)  $\frac{x}{3} \geq \frac{5}{6} - x$

b)  $\frac{2(5x + 1)}{3} \leq -4(x - 3) + \frac{5}{2}$

e)  $5 > \frac{3x + 1}{2}$

c)  $5x - \frac{2}{3} < 4(3x - 6) - 2x$

f)  $\frac{4x - 3}{2} \geq x + 1$

a)  $7x - 2 + 6x \leq 2x + 3 \Rightarrow 11x \leq 5 \Rightarrow x \leq \frac{5}{11}$

d)  $2x \geq 5 - 6x \Rightarrow 8x \geq 5 \Rightarrow x \geq \frac{5}{8}$

b)  $20x + 4 \leq -24x + 72 + 15 \Rightarrow 44x \leq 83 \Rightarrow x \leq \frac{83}{44}$

e)  $10 > 3x + 1 \Rightarrow 9 > 3x \Rightarrow x < 3$

c)  $15x - 2 < 36x - 72 - 6x \Rightarrow -15x < -70 \Rightarrow x > \frac{14}{3}$

f)  $4x - 3 \geq 2x + 2 \Rightarrow 2x \geq 5 \Rightarrow x \geq \frac{5}{2}$

### CUESTIONES PARA ACLARARSE

4.43 Sea la ecuación bicuadrada  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ , con  $a$ ,  $b$  y  $c$  distintos de 0. Explica qué sucede en los siguientes casos:

a) Si  $b^2 > 4ac$

b) Si  $b^2 < 4ac$

c) Si  $b^2 = 4ac$

¿Cuántas soluciones tiene en cada caso la ecuación?

a)  $b^2 > 4ac \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow$  La ecuación tiene entre 0 y 4 soluciones reales.

b)  $b^2 < 4ac \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow$  La ecuación no tiene soluciones reales.

c)  $b^2 = 4ac \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow$  La ecuación tiene una solución cuádruple o dos dobles.

4.44 Sea la ecuación bicuadrada  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ , con  $a$ ,  $b$  y  $c$  distintos de 0.

a) ¿Cabe la posibilidad de que sus soluciones sean  $x = 1$ ,  $x = 3$ ,  $x = -2$  y  $x = 5$ ? ¿Por qué?

b) ¿Qué condición deben cumplir los coeficientes para que la ecuación anterior no tenga solución?

a) No, ya que la ecuación bicuadrada  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  solo puede tener "pares" de soluciones que sean opuestas una de la otra; esto es debido a que al resolverla aplicamos el cambio de variable  $x^2 = z$ .


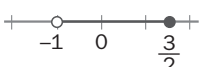
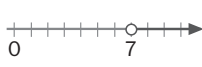
b) Apliquemos el cambio de variable anteriormente reseñado:

$$x^2 = z \Rightarrow az^2 + bz + c = 0 \Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Por tanto, tenemos dos posibilidades para que la ecuación bicuadrada no tenga solución:

$$b^2 - 4ac < 0 \quad \text{o} \quad z < 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{z} \quad \text{no tiene solución real.}$$

4.45 Relaciona en tu cuaderno los elementos equivalentes de las tres columnas.

Desigualdad	Intervalo	Segmento o semirrecta
$x \leq 5$	$(7, +\infty)$	
$-1 < x \leq 1,5$	$(-\infty, 5]$	
$x > 7$	$(-1, \frac{3}{2}]$	

4.46 ¿Es cierto que  $12 \leq 12$ ?

Sí, ya que se cumple la igualdad.

4.47 Explica razonadamente si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.

a)  $17 < -12$  es una desigualdad incorrecta.

b) Una inecuación o no tiene solución, o tiene una, o tiene infinitas soluciones.

c) La solución de  $x + 5 \leq 3$  es una semirrecta.

a) Verdadera

b) Falsa

c) Verdadera

4.48 Indica si son ciertas las siguientes igualdades entre intervalos.

a)  $(-\infty, 5] \cap (2, +\infty) = [2, 5]$

b)  $(-\infty, 4] \cup (-\infty, 0) = (-\infty, 4]$

a) Falsa, ya que 2 no está incluido.

b) Verdadera.

4.49 Señala qué operación de equivalencia transforma la desigualdad  $13 \leq -2$  en  $8 \leq -7$ .

Restar 5:  $13 - 5 \leq -2 - 5$ .

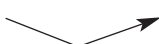
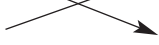


4.50 ¿Qué puedes decir de estas inecuaciones?

a)  $3x - 4 \leq 2$

b)  $7x - 2 \leq 12$

Tienen la misma solución.

4.51 Relaciona cada inecuación con su intervalo solución.

$5x - 1 \leq 2x + 8$		$[-1, +\infty)$
$-5x + 1 \leq 2x + 8$		$(-\infty, 3]$
$5x - 1 \leq -2x - 8$		$[3, +\infty)$
$-5x + 1 \leq -2x - 8$		$(-\infty, -1]$

$$5x - 1 \leq 2x + 8 \Rightarrow 5x - 2x \leq 1 + 8 \Rightarrow 3x \leq 9 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow x \in (-\infty, 3]$$

$$-5x + 1 \leq 2x + 8 \Rightarrow -5x - 2x \leq 8 - 1 \Rightarrow -7x \leq 7 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow x \in [-1, \infty)$$

$$5x - 1 \leq 2x - 8 \Rightarrow 5x + 2x \leq 1 - 8 \Rightarrow 7x \leq -7 \Rightarrow x \leq -1 \Rightarrow x \in (-\infty, -1]$$

$$-5x + 1 \leq -2x - 8 \Rightarrow -5x + 2x \leq -8 - 1 \Rightarrow -3x \leq -9 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow x \in [3, \infty)$$

### PROBLEMAS PARA APLICAR

4.52 El aforo de un estadio de fútbol es tal, que cuando se llenan las  $\frac{3}{5}$  partes acuden 1000 espectadores menos que cuando venden  $\frac{2}{3}$  de las entradas. ¿Cuántas localidades tiene el estadio?

Se llama  $x$  al aforo del estadio.

$$\frac{3}{5}x = \frac{2}{3}x - 1000$$

$$9x = 10x - 15000$$

$$x = 15000$$

El estadio de fútbol tiene 15 000 localidades.

- 4.53 José ha ganado un premio. Si lo reparte entre sus nietos, cada uno recibirá 3000 euros, pero si lo distribuye entre sus hijos, que son dos menos, cada uno tocará a 1000 euros más.

¿Cuántos nietos tiene José? ¿Cuánto dinero ha ganado en el premio?

$x$  = número de nietos;  $x - 2$  = número de hijos

Se iguala el premio cuando lo reparte entre hijos o nietos,

$$3000x = 4000(x - 2) \Rightarrow 3000x = 4000x - 8000 \Rightarrow x = 8$$

José tiene 8 nietos, y la cuantía del premio son 24 000 €.

- 4.54 Varios compañeros de trabajo aciertan una porra y cada uno gana 15 euros. Si hubieran tenido que compartir el premio con 4 personas más, habrían tocado a 3 euros menos cada uno. ¿Cuántos compañeros jugaban la porra?

$x$  = número de compañeros que jugaban la porra.

$$12(x + 4) = 15x \Rightarrow 12x + 48 = 15x \Rightarrow x = 16 \Rightarrow \text{Jugaban la porra 16 compañeros.}$$

- 4.55 Un padre tiene 50 años, y su hijo, 20. ¿Cuántos años hace que la edad del hijo fue la tercera parte de la del padre?

$x$  = número de años que han pasado.

$$\frac{50 - x}{3} = 20 - x \Rightarrow 50 - x = 60 - 3x \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \text{Hace 5 años.}$$

- 4.56 ¿Cuál es el número cuya cuarta parte es igual a la mitad del número inmediatamente inferior?

$x$  = número buscado.

$$\frac{x}{4} = \frac{x - 1}{2} \Rightarrow 2x = 4x - 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \text{El número buscado es el 2.}$$

- 4.57 En la civilización egipcia, debido a las periódicas inundaciones del Nilo, se borraban las lindes de separación de la tierra y, para la reconstrucción de las fincas, necesitaban saber construir ángulos rectos.

En un viejo papiro se puede leer lo siguiente: "La altura del muro, la distancia al pie del mismo y la línea que une ambos extremos son tres números consecutivos".

Halla dichos números.



Tres números consecutivos:  $x$ ,  $x + 1$ ,  $x + 2$

$$x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Los números serán: 3, 4 y 5.

- 4.58 Arancha quiere encargar a un cristalero un espejo circular, aunque no tiene claro qué tamaño le conviene. Lo que sabe es que el radio puede variar entre 20 y 25 centímetros.

¿Entre qué valores enteros oscilaría el área del cristal? ¿Y su perímetro?

Para obtener los valores enteros aproxima  $\pi$  a 3,14.

$$A = \pi r^2 \Rightarrow 3,14 \cdot 20^2 \leq A \leq 3,14 \cdot 25^2$$

Los valores enteros entre los que oscilará el área serán:  $1256 \text{ cm}^2 \leq A \leq 1963 \text{ cm}^2$

$$L = 2\pi r \Rightarrow 2 \cdot 3,14 \cdot 20 \leq L \leq 2 \cdot 3,14 \cdot 25$$

Los valores enteros entre los que oscilará la longitud serán:  $125 \text{ cm} \leq L \leq 157 \text{ cm}$ .

- 4.59 La tirada de una revista mensual tiene unos costes de edición de 30 000 euros, a los que hay que sumar 1,50 euros de gastos de distribución por cada revista publicada.

Si cada ejemplar se vende a 3,50 euros y se obtienen unos ingresos de 12 000 euros por publicidad, ¿cuántas revistas se deben vender para empezar a conseguir beneficios?

$$x = \text{n.º de revistas vendidas} \quad \text{Gastos: } 30\,000 + 1,5x \quad \text{Beneficios: } 3,5x + 12\,000$$

$$30\,000 + 1,5x < 3,5x + 12\,000 \Rightarrow 30\,000 - 12\,000 < 3,5x - 1,5x \Rightarrow 9000 < x$$

A partir de 9000 ejemplares vendidos se empezarán a obtener beneficios.

- 4.60 Dos compañías telefónicas proponen estas ofertas.



a) ¿Cuántos minutos debe el cliente llamar a móviles en un mes para que le resulte más económica la compañía B?

b) ¿Cuál es el importe de la factura en este caso?

a)  $40 + 0,3x > 60 + 0,2x \Rightarrow 0,1x > 20 \Rightarrow x > 200$  minutos

b) Factura  $> 60 + 0,2 \cdot 200 \Rightarrow$  Factura  $> 100$  €

- 4.61 Si el precio de un artículo aumenta en un 20%, resulta 36 euros más caro que si su precio se disminuye un 4%. ¿Cuánto cuesta ese artículo?

$$x = \text{precio del artículo} \quad x + \frac{20}{100}x = x - \frac{4}{100}x + 36 \Rightarrow 100x + 20x = 100x - 4x + 3600 \Rightarrow x = 150$$

El artículo cuesta 150 €.

- 4.62 Marcos ha comprado un reproductor MP4 en las rebajas con un 15% de descuento. Una semana más tarde ha visto que podía haberse ahorrado 4 euros, porque la misma tienda lo vendía con un 20% de descuento. ¿Cuánto costaba el MP4 antes de las rebajas?

$$x = \text{precio del MP4} \quad x - \frac{15}{100}x = x - \frac{20}{100}x + 4 \Rightarrow 100x - 15x = 100x - 20x + 400 \Rightarrow x = 80$$

Antes de las rebajas, el MP4 costaba 80 €.

- 4.63 Si se suman dos múltiplos de 5 consecutivos y al resultado se le resta 5, se obtiene un número 20 veces menor que si se multiplican ambos números. Averigua de qué números se trata.

Los múltiplos de 5 consecutivos son  $(5x)$  y  $(5x + 5)$ .

$$20 = [(5x) + (5x + 5) - 5] = 5x(5x + 5) \Rightarrow 20 \cdot 10x = 25x^2 + 25 \Rightarrow 8x = x^2 + x \Rightarrow x^2 - 7x = 0$$

Las posibles soluciones son 0 y 7, con lo cual  $5x = 0$  no es un múltiplo de 5. La única solución válida corresponde a  $x = 7$ .

Los números buscados son 35 y 40.

- 4.64 Las personas que asistieron a una reunión se estrecharon la mano. Una de ellas advirtió que los apretones de mano fueron 66. ¿Cuántas personas concurrieron a la reunión?

En la reunión hay  $x$  personas. Cada persona da la mano a  $x - 1$  personas.

$$\frac{x(x-1)}{2} = 66 \Rightarrow x(x-1) = 132 \Rightarrow x^2 - x - 132 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-132)}}{2} = \frac{1 \pm 23}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -11 \end{cases}$$

Concurrieron 12 personas.

## Ecuaciones de primero y segundo grado

4.65 Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando las estrategias estudiadas según el tipo de ecuación.

a)  $-2(5x - 1) + \frac{3x - 2}{3} - \frac{55}{3} = 4(x - 1)$

c)  $5x^2 - 7x = 0$

b)  $20x^2 + 11x - 3 = 0$

d)  $4(-6x + 1) - 5(3x - 2) = -7(3x - 5)$

a)  $-30x + 6 + 3x - 2 - 55 = 12x - 12 \Rightarrow x = -1$

b)  $x = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 4 \cdot (-60)}}{40} = \frac{-11 \pm 19}{40} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ x = -\frac{3}{4} \end{cases}$

c)  $5x^2 - 7x = 0 \Rightarrow x \cdot (5x - 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 5x - 7 = 0 \rightarrow x = \frac{7}{5} \end{cases}$

d)  $-24x + 4 - 15x + 10 = -21x + 35 \Rightarrow x = -\frac{7}{6}$

4.66 Escribe las siguientes ecuaciones de segundo grado en la forma  $ax^2 + bx + c = 0$  y resuélvelas.

a)  $\frac{3x^2}{2} - \frac{4x - 1}{4} = \frac{2x(x - 3)}{6} + \frac{17}{12}$

c)  $6x^2 - 1 + \frac{2x(-x + 3)}{3} = \frac{5x^2 - 2}{6} - 4x^2 + \frac{59}{6}$

b)  $3x^2 - 4x + 5(x^2 - 2) = \frac{3x(x - 2)}{2} + 14$

a)  $18x^2 - 12x + 3 = 4x^2 - 12x + 17 \Rightarrow 14x^2 = 14 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

b)  $3x^2 - 4x + 5(x^2 - 2) = \frac{3x(x - 2)}{2} + 14 \Rightarrow 6x^2 - 8x + 10x^2 - 20 = 3x^2 - 6x + 28 \Rightarrow 13x^2 - 2x - 48 = 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 13 \cdot (-48)}}{2 \cdot 13} = \frac{2 \pm 50}{26} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{24}{13} \end{cases}$

c)  $36x^2 - 6 - 4x^2 + 12x = 5x^2 - 2 - 24x^2 + 59 \Rightarrow 51x^2 + 12x - 63 = 0 \Rightarrow 17x^2 + 4x - 21 = 0$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 17 \cdot (-21)}}{2 \cdot 17} = \frac{-4 \pm 38}{34} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{21}{17} \end{cases}$

## Otras ecuaciones

4.67 Calcula la solución de estas ecuaciones utilizando las estrategias estudiadas según el tipo de ecuación.

a)  $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

b)  $4x^3 - 4x^2 - 14x + 4 = 0$

c)  $\sqrt{12 - x} = x + 8$

a)  $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

Cambio:  $u = x^2 \Rightarrow u^2 - 5u - 36 = 0$

$u = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{2} \Rightarrow \begin{cases} u = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \\ u = -4 \text{ no es correcta} \end{cases}$

c)  $\sqrt{12 - x} = x + 8 \Rightarrow x^2 + 17x + 52 = 0$

$x = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 208}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -13 \Rightarrow \text{no vale} \end{cases}$

b)  $4x^3 - 4x^2 - 14x + 4 = 0$

$2x^3 - 2x^2 - 7x + 2 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -2 & -7 & 2 \\ & & 2 & 0 & -7 \\ \hline & 2 & 0 & -7 & 0 \end{array} \quad \begin{aligned} (x - 1)(2x^2 - 7) &= 0 \\ 2x^2 - 7 &= 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{7}{2}} \end{aligned}$$

## Desigualdades e inecuaciones

**4.68** Transforma la desigualdad  $-12 \leq 3$  aplicando en ambos miembros las operaciones que se indican en cada caso.

a) Suma  $-2$ .

b) Resta  $5$ .

c) Multiplica por  $-1$ .

d) Divide entre  $-3$ .

a)  $-12 - 2 \leq 3 - 2 \Rightarrow -14 \leq 1$

c)  $(-12) \cdot (-1) \geq 3 \cdot (-1) \Rightarrow 12 \geq -3$

b)  $-12 - 5 \leq 3 - 5 \Rightarrow -17 \leq -2$

d)  $(-12) : (-3) \geq 3 : (-3) \Rightarrow 4 \geq -1$

**4.69** Resuelve las siguientes inecuaciones.

a)  $3x - 3 \geq 6 - (2 - 4x)$

c)  $x + \frac{1-x}{6} < 2 - \frac{2+x}{2}$

e)  $3x - \frac{1-2x}{2} \leq 4 + x$

b)  $\frac{5x-7}{3} < x + 5$

d)  $1 - 2(x + 5) \geq -3$

a)  $3x - 3 \geq 6 - 2 + 4x \Rightarrow -x \geq 7 \Rightarrow x \leq -7$

b)  $5x - 7 < 3x + 15 \Rightarrow x < 11 \Rightarrow x \in (-\infty, 11)$

c)  $6x + 1 - x < 12 - 3(2 + x) \Rightarrow x < \frac{5}{8} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{5}{8}\right)$

d)  $1 - 2x - 10 \geq -3 \Rightarrow x \leq -3 \Rightarrow x \in (-\infty, -3)$

e)  $6x - 1 + 2x \leq 8 + 2x \Rightarrow x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$

**4.70** Escribe una inecuación cuya solución se corresponda con la dada en cada caso.

a)  $[-3, +\infty)$

b)  $\emptyset$

c)  $(-\infty, 2)$

d)  $\{3\}$

a)  $x + 2 \geq -1$

b)  $x^2 < -5$

c)  $2x + 7 < x + 9$

d)  $(x - 3)^2 \leq 0$

### AMPLIACIÓN

**4.71** Resuelve estas ecuaciones aplicando el cambio de variable que consideres oportuno.

Explica razonadamente los pasos que realizas.

a)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

b)  $x^6 - 2x^3 + 1 = 0$

c)  $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

d)  $x^{10} - 31x^5 - 32 = 0$

a)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$

Cambio:  $u = x^3$ ;  $u^2 = x^6$

$\Rightarrow u^2 - 7u - 8 = 0$

$u = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 9}{2} \Rightarrow \begin{cases} u = 8 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2 \\ u = -1 \Rightarrow x^3 = -1 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$

b)  $x^6 - 2x^3 + 1 = 0$

Cambio:  $u = x^3$ ;  $u^2 = x^6$

$\Rightarrow u^2 - 2u + 1 = 0$

$u = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 0}{2} = 1 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1$

c)  $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

Cambio:  $u = x^4$ ;  $u^2 = x^8$

$\Rightarrow u^2 - 17u + 16 = 0$

$u = \frac{17 \pm \sqrt{(-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{17 \pm 15}{2} \Rightarrow \begin{cases} u = 16 \Rightarrow x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm 2 \\ u = 1 \Rightarrow x^4 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$

d)  $x^{10} - 31x^5 - 32 = 0$

Cambio:  $u = x^5$ ;  $u^2 = x^{10}$

$\Rightarrow u^2 - 31u - 32 = 0$

$u = \frac{31 \pm \sqrt{(-31)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-32)}}{2 \cdot 1} = \frac{31 \pm 33}{2} \Rightarrow \begin{cases} u = 32 \Rightarrow x^5 = 32 \Rightarrow x = 2 \\ u = -1 \Rightarrow x^5 = -1 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$

- 4.72 Dos amigos viven a 15 kilómetros de distancia. Todas las tardes salen a la misma hora de sus casas para reunirse en un punto del camino. Uno hace el recorrido en bicicleta a una velocidad de 30 kilómetros por hora, y el otro lo realiza corriendo a 14 kilómetros por hora. ¿Qué distancia ha recorrido cada uno en el punto donde se encuentran?

$$\frac{x}{30} = \frac{15 - x}{14} \Rightarrow 14x = 450 - 30x \Rightarrow x = 10,23$$

El amigo que lleva una velocidad de 30 km por hora recorre 10,23 km, y el que va a 14 km por hora recorre  $15 - x = 4,77$  km.

- 4.73 Comprueba que si conocemos las soluciones de una ecuación de segundo grado ( $m$  y  $n$ , respectivamente), entonces podemos escribir la ecuación de la que provienen:  $x^2 - Sx + P = 0$ , donde  $S = m + n$  y  $P = m \cdot n$ .

La ecuación inicial es  $x^2 + bx + c = 0$ , cuyas soluciones vienen dadas por la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \\ n = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \end{cases} \quad \text{Por tanto:}$$

$$m + n = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} = \frac{-2b}{2} = -b = S$$

$$m \cdot n = \left( -b + \frac{\sqrt{b^2 - 4c}}{2} \right) \cdot \left( \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \right) = \frac{b^2 - (b^2 - 4c)}{4} = \frac{4c}{4} = c = P$$

- 4.74 Utiliza el resultado de la actividad anterior para:

a) Averiguar cuáles son las raíces de la ecuación:  $x^2 + x - 20 = 0$

b) Construir una ecuación de segundo grado cuyas raíces sean  $-3$  y  $7$ .

$$\text{a) } \begin{cases} S = c + d \\ P = c \cdot d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 = c + d \rightarrow c = -1 - d \\ -20 = c \cdot d \rightarrow -20 = (-1 - d) \cdot d \rightarrow -20 = -d - d^2 \rightarrow d^2 + d - 20 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow d = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2} \Rightarrow \begin{cases} d_1 = 4 \rightarrow c_1 = -5 \\ d_2 = -5 \rightarrow c_2 = 4 \end{cases}$$

Por tanto, las soluciones de la ecuación son  $-5$  y  $4$ .

$$\text{b) } \begin{cases} S = c + d \\ P = c \cdot d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = -3 + 7 = 4 \\ P = (-3) \cdot 7 = -21 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0 \quad \text{es la ecuación buscada.}$$

- 4.75 Calcula los valores de  $m$  para que:

a)  $m^2x^2 - mx + 1 = 0$  tenga solución.

b)  $2mx^2 + (4m + 1)x + 2m - 3 = 0$  tenga una única solución.

a)  $m^2x^2 - mx + 1 = 0$ . Para que tenga solución se ha de verificar que el discriminante de la ecuación sea positivo, es decir,  $b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow m^2 - 4m^2 > 0 \Rightarrow -3m^2 > 0 \Rightarrow m^2 < 0 \Rightarrow$  Para ningún valor de  $m$  perteneciente a los números reales se verifica la desigualdad anterior. Por tanto, la ecuación no tiene solución para ningún valor de  $m$ .

b)  $2mx^2 + (4m + 1)x + 2m - 3 = 0$ . Para que tenga una única solución se ha de verificar que el discriminante de la ecuación sea igual a cero, es decir,

$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (4m + 1)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (2m - 3) = 0 \Rightarrow 16m^2 + 1 + 8m - 16m^2 + 24m = 0 \Rightarrow \Rightarrow 32m + 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{-1}{32}$$

4.76 Una inecuación en la que aparece un valor absoluto da lugar en realidad a dos inecuaciones:

$$|x - a| \leq r \Rightarrow -r \leq x - a \leq r.$$

Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $|3x - 1| \leq 5$

a)  $-5 \leq 3x - 1 \leq 5 \Rightarrow -4 \leq 3x \leq 6$

$$\frac{-4}{3} \leq x \leq 2$$

Solución:  $\left[ \frac{-4}{3}, 2 \right]$

b)  $|4x + 3| > 2$

b)  $4x + 3 > 2 \Rightarrow 4x > -1 \Rightarrow x > \frac{-1}{4}$   
 $4x + 3 < -2 \Rightarrow 4x < -5 \Rightarrow x < \frac{-5}{4}$

Solución:  $\left( -\infty, \frac{-5}{4} \right) \cup \left( \frac{-1}{4}, +\infty \right)$

4.77 Halla el intervalo de valores que son solución a la vez de las dos inecuaciones siguientes.

a)  $\frac{3x - 1}{4} + 2x \leq 2(-5x + 6) + 1$

b)  $-2(4x + 3) - \frac{x + 4}{2} \geq 6x - 5$

a)  $3x - 1 + 8x \leq 8 \cdot (-5x + 6) + 4 \Rightarrow 3x + 8x + 40x \leq 1 + 48 + 4 \Rightarrow x \leq \frac{53}{51} \Rightarrow x \in \left( -\infty, \frac{53}{51} \right] = I_1$

b)  $-4 \cdot (4x + 3) - x - 4 \geq 12x - 10 \Rightarrow -16x - x - 12x \geq 12 + 4 - 10 \Rightarrow x \leq \frac{-6}{29} \Rightarrow x \in \left( -\infty, \frac{-6}{29} \right] = I_2$



$I_1 \cap I_2 = \left( -\infty, \frac{-6}{29} \right]$

### PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

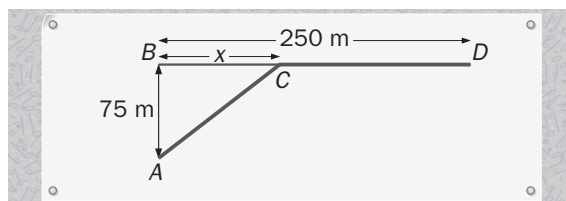
4.78 La conducción del gas

El croquis muestra dos puntos,  $A$  y  $D$ , entre los que se va a construir un canal para conducir el gas. Como se quiere aprovechar un trozo de un antiguo canal que unía los puntos  $B$  y  $D$ , hay que ubicar el punto  $C$  donde se unirán el tramo nuevo y el reformado.

El coste del tramo nuevo  $AC$  es de 10 euros el metro, y el de reparar cada metro del tramo antiguo  $CD$  es de 2 euros.

a) La tabla muestra las tres opciones que se consideran para ubicar el punto  $C$ .

Opción	I	II	III
Distancia $BC$	30 m	50 m	100 m



Indica cuál es la más económica.

b) Calcula la distancia  $x$  que debería tener  $BC$  para que el coste total fuera de 1270 euros.

Longitud del tramo nuevo:  $\sqrt{75^2 + x^2}$

Longitud del tramo conservado:  $250 - x$

Coste del tramo nuevo:  $10 \cdot \sqrt{75^2 + x^2}$

Coste del tramo conservado:  $2 \cdot (250 - x)$

Coste total:  $10\sqrt{5625 + x^2} - 2x + 500$

a) Opción A: Coste =  $10 \cdot \sqrt{5625 + 30^2} - 60 + 500 = 1248$  unidades monetarias

Opción B: Coste =  $10 \cdot \sqrt{5625 + 50^2} - 100 + 500 = 1301$  unidades monetarias

Opción C: Coste =  $10 \cdot \sqrt{5625 + 100^2} - 200 + 500 = 1550$  unidades monetarias

La mejor es la primera opción.

b)  $10\sqrt{5625 + x^2} - 2x + 500 = 1270 \Rightarrow 10\sqrt{5625 + x^2} = 770 + 2x \Rightarrow 100(5625 + x^2) = 592900 + 4x^2 + 3080x$

$96x^2 - 3980x - 30400 = 0 \Rightarrow x = \frac{3080 + 4600}{192} = 40$  metros

#### 4.79 Las kilocalorías

La tabla muestra la capacidad energética media (en kilocalorías por gramo) de algunos nutrientes fundamentales.

Glúcidos	Proteínas	Grasas
4	4	9

Un alimento tiene las siguientes características en su composición.

- Posee el doble de gramos de grasas que de glúcidos.
  - La masa de las proteínas es veinte veces la masa de los glúcidos.
  - En 100 gramos de ese alimento hay, en total, 20,7 gramos de glúcidos, proteínas y grasas.
- a) Escribe una expresión que determine el número de kilocalorías que poseen  $x$  gramos de dicho alimento.
- b) Si se han consumido entre 150 y 250 gramos del mencionado alimento, ¿entre qué valores está comprendido el número de kilocalorías consumidas?

En 100 gramos de ese alimento hay  $c$  gramos de hidratos,  $20c$  de proteínas y  $2c$  de grasa. Por tanto:

$$c + 20c + 2c = 23c = 20,7 \Rightarrow c = \frac{20,7}{23} = 0,9$$

En 100 gramos de ese alimento hay 0,9 gramos de hidratos, 18 de proteínas y 1,8 de grasa.

En 1 gramo de ese alimento hay 0,009 gramos de hidratos, 0,18 de proteínas y 0,018 de grasa.

En  $x$  gramos de ese alimento hay  $0,009x$  gramos de hidratos,  $0,18x$  de proteínas y  $0,018x$  de grasa.

- a) Los  $x$  gramos de ese alimento aportan  $0,009 \cdot 4x + 0,18 \cdot 4x + 0,018 \cdot 9x = 0,918x$  kilocalorías.
- b) Si  $150 \leq x \leq 250 \Rightarrow 150 \cdot 0,918 \leq 0,918x \leq 250 \cdot 0,918 \Rightarrow$   
 $137 \leq 0,918x \leq 229,5$

### AUTOEVALUACIÓN

4.A1 Encuentra la solución de la siguiente ecuación de primer grado:

$$\frac{3(-2x + 1)}{2} - 5(x - 3) = \frac{3x - 1}{4} + \frac{1}{2}$$

$$6(-2x + 1) - 20(x - 3) = 3x - 1 + 2 \Rightarrow -12x - 20x - 3x = -1 + 2 - 6 - 60 \Rightarrow -35x = -65 \Rightarrow x = \frac{13}{7}$$

4.A2 Resuelve esta ecuación de segundo grado:

$$(4x + 5)(2x + 3) = 3$$

$$8x^2 + 22x + 12 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 11x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 96}}{8} \Rightarrow x = -\frac{3}{4} \text{ y } x = -2$$

4.A3 Halla la solución de esta ecuación con radicales:

$$\sqrt{4x + 13} + 2 = \sqrt{-2x + 3}$$

$$4x + 13 + 4\sqrt{4x + 13} + 4 = -2x + 3 \Rightarrow 2\sqrt{4x + 13} = -3x - 7 \Rightarrow 9x^2 + 26x - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-26 \pm \sqrt{676 + 108}}{18} \Rightarrow x = \frac{1}{9} \text{ y } x = -3. \text{ En la comprobación de resultados, la única solución válida es } x = -3.$$

4.A4 Resuelve esta ecuación de grado 4:

$$6x^4 + 7x^3 - 52x^2 - 63x - 18 = 0$$

$$\text{Ruffini: } P(x) = (x - 3)(6x^3 + 25x^2 + 23x + 6) = (x - 3)(x + 3)(6x^2 + 7x + 2) = 6(x - 3)(x + 3)\left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{Soluciones: } x = 3, \quad x = -3, \quad x = -\frac{2}{3} \text{ y } x = -\frac{1}{2}$$

4.A5 Indica cuál de los siguientes intervalos es la solución de la inecuación  $-3x + 1 \leq -2$ .

- a)  $[1, +\infty)$    b)  $(-1, +\infty)$    c)  $(-\infty, 1]$    d)  $(-\infty, -1]$

Solución:  $[1, +\infty)$

**4.A6 Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a)  $2x^2 - 16 = 0$     b)  $(x - 4)^2 = 49$     c)  $9x^2 - 12x + 4 = 0$     d)  $7x^2 + 5x = 0$

a)  $2x^2 - 16 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$

b)  $(x - 4)^2 = 49 \Rightarrow x - 4 = \pm 7 \Rightarrow x = 11$  y  $x = -3$

c)  $9x^2 - 12x + 4 = 0 \Rightarrow (3x - 2)^2 = 0 \Rightarrow 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$  (solución doble)

d)  $7x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x(7x + 5) = 0 \Rightarrow x = 0$  y  $x = -\frac{5}{7}$

**4.A7 En cada caso, construye una ecuación que tenga las soluciones que se indican.**

a)  $-2$  y  $7$     b)  $-4, 6$  y  $-1$     c)  $6$  y  $-6$     d)  $\frac{3}{4}$

a)  $(x + 2)(x - 7) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 14 = 0$

c)  $(x + 6)(x - 6) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 36 = 0$

b)  $(x + 4)(x - 6)(x + 1) = 0 \Rightarrow x^3 - x^2 - 26x - 24 = 0$

d)  $x - \frac{3}{4} = 0$

**4.A8 Considera estas inecuaciones:**

a)  $x - 7 \leq 5$     b)  $x + 1 \leq 7$     c)  $2 - x \geq -10$     d)  $3x - 6 \leq -30$

Señala cuáles son equivalentes a  $x - 2 \leq 10$  y, en los casos afirmativos, indica la transformación que permite pasar de una a otra inecuación.

Las inecuaciones equivalentes a la dada son a y c.

Las transformaciones son  $x - 7 + 5 \leq 5 + 5$  para a y  $(2 - x)(-1) \leq (-10)(-1)$  para c.

**4.A9 Reparte 130 euros entre tres personas de modo que la primera reciba 5 euros más que la segunda, y la tercera tenga tantos como las otras dos juntas.**

$x + 5 =$  dinero 1.ª persona     $x =$  dinero 2.ª persona     $2x + 5 =$  dinero 3.ª persona

$(x + 5) + x + (2x + 5) = 130 \Rightarrow x + x + 2x = 130 - 5 - 5 \Rightarrow 4x = 120 \Rightarrow x = 30$

La primera persona recibe 35 €; la segunda, 30, y la tercera, 65.

## M A T E M Á T I C A S

### La edad de mi abuela

Mi abuela dio a luz a mi padre con menos de 20 años, y yo nací cuando mi padre tenía más de 25 años. Si mi padre tiene ahora menos de 45 años y yo curso 4.º de ESO, ¿cuántos años podría tener mi padre cuando yo nací? ¿Qué edad puede tener ahora mi abuela?

Si está en 4.º de ESO, puede tener entre 15 y 18 años. Vamos a ver qué edad puede tener el padre, consideramos todas las opciones:

Padre								
Edad del hijo	Al nacer el hijo	Edad actual	Al nacer el hijo	Edad actual	Al nacer el hijo	Edad actual	Al nacer el hijo	Edad actual
15	26	41	27	42	28	43	29	44
16	26	42	27	43	28	44		
17	26	43	27	44				
18	26	44						

Luego cuando nació, su padre tendría entre 26 y 29 años.

Su abuela pudo dar a luz a su padre entre los 15 y los 19 años. Presentaremos la información en una tabla:

Edad de la abuela al dar a luz	Padre		Abuela
	Edad actual	Al nacer el hijo	
Mínima: 15	$26 + 15 = 41$	26	$15 + 41 = 56$
Máxima: 19	$29 + 15 = 44$	29	$19 + 44 = 63$

Por tanto, la edad de la abuela puede estar comprendida entre 56 y 63 años.